

Calcolo della derivata in un punto tramite l'utilizzo della definizione

Testo

Servendoti della definizione di derivata, calcola il suo valore nel punto $x_0 = 1$.

$$f(x) = 4x^2$$

Soluzione

La definizione di derivata è:

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Quindi, come prima cosa sostituiamo x_0 con il valore 1:

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1 + h) - f(1)}{h}$$

Sostituisco la funzione con la sua dipendenza da x . Sostituiamo la x con gli opportuni valori tra parentesi:

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4(1 + h)^2 - 4(1)^2}{h}$$

Facendo qualche lavorazione ci accorgiamo che raggiungiamo la forma $\frac{0}{0}$, che rende il limite non esistente.

$$\begin{aligned} f'(1) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4[(1 + h)^2 - 1]}{h} = \\ f'(1) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4[h^2 + 2h]}{h} = \frac{0}{0} \end{aligned}$$

Raggruppa per h , risciamo a risolvere il limite, perché poi il valore h si semplifica:

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4h[h + 2]}{h} =$$

Semplifico h a numeratore e a denominatore:

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} 4(h + 2) = 8$$

Quindi la derivata di $4x^2$ calcolata in 1 vale 8.