Ruffini per la scomposizione di un polinomio

Si supponga di voler scomporre il seguente polinomio:

$$x^3 + x^2 - 4x - 4$$

In una forma del tipo:

$$(Ax^2 + Bx + C)(x + D)$$

Per poterlo fare non ci rimane che scoprire i coefficienti A, B, C e D. Se questa scomposizione è possibile allora il numero D è, in modulo, una radice del polinomio $x^3 + x^2 - 4x - 4$.

Ricordiamo che una radice di un polinomio è un numero che sostituito alla x annulla il polinomio stesso. Ci dovrà dunque essere un numero che sostituito al polinomio $x^3 + x^2 - 4x - 4$ lo rende uguale a zero.

Un numero intuitivamente individuabile come radice del polinomio $x^3 + x^2 - 4x - 4$ è -2, infatti:

$$x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$(-2)^3 + (-2)^2 - 4(-2) - 4 = 0$$

$$-8 + 4 + 8 - 4 = 0$$

$$0 = 0$$

$$x_1 = -2$$

Il polinomio $x^3 + x^2 - 4x - 4$ ha grado tre, perciò, ci si aspetta abbia un massimo di 3 **radici** $(x_1; x_2; x_3)$, cioè tre **valori che annullano il polinomio**.

Se è vero che:

$$x^3 + x^2 - 4x - 4 = (Ax^2 + Bx + C)(x + 2)$$

Allora è vero che se $x = -2$ allora il prodotto si annulla. Cioè per $x = -2$ si ha che $(Ax^2 + Bx + C)(x + 2) = 0$.

Infatti:

$$(A(-2)^2 + B(-2) + C)\big((-2) + 2\big) = 0$$

$$(4A - 2B + C)(0) = 0$$

$$0 = 0$$

Quindi può essere affermato che $D = -x_1 = 2$.

Utilizzo del metodo di Ruffini

Di seguito viene presentato come usare il metodo di Ruffini sul polinomio $x^3 + x^2 - 4x - 4$, sapendo che una sua radice è -2.

Come prima cosa si mettono i coefficienti del polinomio in una tabella, esattamente come riportato qui di seguito.

	1	1	-4	-4

La tabella viene riempita considerando che la radice è -2 e riportandola nel riquadro come indicato di seguito.

	1	1	-4	-4
-2				

Il primo passo è "abbassare" il primo coefficiente del polinomio, come indicato di seguito.

	1	1	-4	-4
-2				
	1			

Poi si moltiplica il numero in basso con la radice e lo si riporta sotto il secondo coefficiente, come di seguito.

	1	1	-4	-4
-2		-2		
	1			

Si sommano i numeri appena incolonnati e si riporta il risultato al centro del riquadro basso centrale, come riportato di seguito.

	1	1	-4	-4
-2		-2		
	1	-1		

Si moltiplica il numero appena ottenuto con la radice, riportando il numero sotto l’ultimo coefficiente del polinomio, come di seguito.

	1	1	-4	-4
-2		-2	2	
	1	-1		

Si sommano i numeri appena incolonnati.

	1	1	-4	-4
-2		-2	2	
	1	-1	-2	

Si moltiplica l’ultimo numero ottenuto per la radice del polinomio e si incolonna il risultato con l’ultimo numero utile.

	1	1	-4	-4
-2		-2	2	4
	1	-1	-2	

A questo punto si chiude ottenendo il resto pari a zero.

	1	1	-4	-4
-2		-2	2	4
	1	-1	-2	0

Quindi il polinomio di partenza è scomponibile come riportato qui di seguito:

$$\boldsymbol{x^3 + x^2 - 4x - 4} = (1x^2 - 1x - 2)(x + 2)$$

$$x^3 + x^2 - 4x - 4 = (x^2 - x - 2)(x + 2)$$

E verificando si ottiene appunto il polinomio di partenza:

$$(\boldsymbol{x^2 - x - 2})(\boldsymbol{x + 2}) = x^3 + 2x^2 - x^2 - 2x - 2x - 4$$

$$x^3 + 2x^2 - x^2 - 2x - 2x - 4 = \boldsymbol{x^3 + x^2 - 4x - 4}$$